全品
— SINCE 1992 —

教育图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年专注教育行业

全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

高中数学1 | 必修第一册 RJA

主 编 肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS 目录

第一章 集合与常用逻辑用语

1.1 集合的概念 001

1.2 集合间的基本关系 003

1.3 集合的基本运算 005

第 1 课时 集合的并集与交集的运算 005

第 2 课时 集合的全集、补集的运算 007

滚动习题（一）［范围：1.1～1.3］ 009

1.4 充分条件与必要条件 011

1.4.1 充分条件与必要条件 011

1.4.2 充要条件 013

1.5 全称量词与存在量词 015

1.5.1 全称量词与存在量词 015

1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的否定 017

滚动习题（二）［范围：1.4～1.5］ 019

单元素养测评卷（一）［范围：第一章］ 021

第二章 一元二次函数、方程和不等式

2.1 等式性质与不等式性质 025

2.2 基本不等式 027

第 1 课时 基本不等式 027

第 2 课时 基本不等式的应用 029

2.3 二次函数与一元二次方程、不等式 031

第 1 课时 二次函数与一元二次方程、不等式 031

第 2 课时 一元二次不等式的应用 033

专项突破练一 常见不等式的解法 035

专项突破练二 利用基本不等式求最值的常用方法 037

重点强化练一 不等式恒成立与能成立问题 039

单元素养测评卷（二）［范围：第二章］ 041

进阶手册

易错易混 识别集合的含义 / 进 01

方法解读 分类讨论之集合元素求参 / 进 01

教材拓展 集合论 / 进 02

易错易混 ∅与 0，{0}，{∅}的关系 / 进 02

方法解读 1 分类讨论之集合关系求参 / 进 03

方法解读 2 集合子集与真子集个数 / 进 03

教材拓展 强基固本 / 进 03

易错易混 集合运算中忽略对空集的讨论 / 进 04

方法解读 数形结合和正难则反 / 进 04

教材拓展 德·摩根定律和容斥原理 / 进 05

易错易混 混淆充分条件与必要条件 / 进 06

方法解读 充分条件、必要条件的判断方法 / 进 06

教材拓展 强基固本 / 进 07

易错易混 全称量词命题和存在量词命题的判断 / 进 08

方法解读 恒成立（存在性）问题求参 / 进 08

教材拓展 根据事实写命题 / 进 08

易错易混 忽略不等式成立的条件 / 进 09

方法解读 利用不等式性质求范围 / 进 10

教材拓展 糖水不等式 / 进 10

易错易混 忽略等号成立的一致性 / 进 11

方法解读 利用基本不等式求最值的常用方法——配凑法、常数 1 的代换、消元法 / 进 12

教材拓展 基本不等式链 / 进 13

第三章 函数的概念与性质

3.1 函数的概念及其表示 045
3.1.1 函数的概念 045
第1课时 函数的概念(一) 045
第2课时 函数的概念(二) 047
3.1.2 函数的表示法 049
第1课时 函数的表示法 049
第2课时 分段函数 051
3.2 函数的基本性质 053
3.2.1 单调性与最大(小)值 053
第1课时 函数的单调性 053
第2课时 函数的最大(小)值 055
专项突破练三 函数的值域与最值 057
3.2.2 奇偶性 059
第1课时 奇偶性的概念 059
第2课时 奇偶性的应用 061
专项突破练四 抽象函数的性质 063
滚动习题(三) [范围:3.1~3.2] 064
3.3 幂函数 066
专项突破练五 基本不等式与对勾函数 068
3.4 函数的应用(一) 070
重点强化练二 分段函数与绝对值函数 073
重点强化练三 函数的单调性、奇偶性 075
专项突破练六 函数图象的平移、翻折问题 077
专项突破练七 函数的奇偶性、对称性 079
单元素养测评卷(三)[范围:第三章] 081

第四章 指数函数与对数函数

4.1 指数 085
4.1.1 n 次方根与分数指数幂 085
4.1.2 无理数指数幂及其运算性质 085
4.2 指数函数 087
4.2.1 指数函数的概念 087
4.2.2 指数函数的图象和性质 089
第1课时 指数函数的图象和性质 089
第2课时 指数函数的图象和性质的综合应用 091
滚动习题(四) [范围:4.1~4.2] 093

进阶手册

易错易混 含参一元二次不等式的解法 / 进 15
方法解读1 一元二次不等式恒成立问题 / 进 15
方法解读2 根与系数的关系及其应用 / 进 16

易错易混1 函数关系的判断 / 进 17
易错易混2 函数自变量的理解 / 进 18
方法解读1 求函数解析式的常用方法 / 进 18
方法解读2 求复合函数的定义域 / 进 19
方法解读3 抽象函数求值 / 进 19
教材拓展 常见的几种函数 / 进 19

易错易混 研究函数性质忽视定义域 / 进 20
方法解读 涉及两个函数单调性和奇偶性的判断 / 进 21
教材拓展 函数图象的对称性 / 进 22

易错易混 对幂函数的性质把握不准 / 进 23
方法解读 幂值比较大小的方法 / 进 24
教材拓展 对勾函数 / 进 25

易错易混 解决实际问题的注意事项 / 进 26
方法解读 待定系数法求函数应用题的解析式 / 进 27
教材拓展 函数的凹凸性 / 进 28

易错易混 根式的简单性质 / 进 30
方法解读 整体思想解决条件求值问题 / 进 30
教材拓展 由$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$($n\in\mathbf{N}^*$)体会极限思想 / 进 31

易错易混1 不能正确理解指数函数的概念致错 / 进 33
易错易混2 指数函数问题忽略底数的两种情况致错 / 进 33
方法解读1 比较指数的大小 / 进 33
方法解读2 指数函数图象的应用 / 进 33
方法解读3 复合函数的单调性与最值 / 进 34
教材拓展 指数函数为背景的奇偶函数 / 进 35

4.3 对数 095
4.3.1 对数的概念 095
4.3.2 对数的运算 097
第1课时 对数的运算性质 097
第2课时 换底公式 099
4.4 对数函数 101
4.4.1 对数函数的概念 101
4.4.2 对数函数的图象和性质 103
第1课时 对数函数的图象和性质 103
第2课时 对数函数的图象和性质的综合应用 105
4.4.3 不同函数增长的差异 107
专项突破练八 常见的指数、对数函数模型 109
滚动习题（五）［范围：4.1～4.4］ 111
4.5 函数的应用（二） 113
4.5.1 函数的零点与方程的解 113
第1课时 函数的零点与方程的解 113
第2课时 函数零点的综合问题 115
4.5.2 用二分法求方程的近似解 117
4.5.3 函数模型的应用 119
滚动习题（六）［范围：4.5］ 121
重点强化练四 指数、对数的运算 123
重点强化练五 指数、对数函数的图象与性质 125
重点强化练六 函数的零点 127
单元素养测评卷（四）［范围：第四章］ 129

第五章 三角函数

5.1 任意角和弧度制 133
5.1.1 任意角 133
5.1.2 弧度制 135
5.2 三角函数的概念 137
5.2.1 三角函数的概念 137
5.2.2 同角三角函数的基本关系 139
5.3 诱导公式 141
第1课时 诱导公式二、三、四 141
第2课时 诱导公式五、六 143

进阶手册

易错易混 忽视真数大于零致误 / 进 37
方法解读 对数的换底公式 / 进 37
教材拓展 指对互化的应用 / 进 37

易错易混 忽略真数大于零致错 / 进 38
方法解读1 分类讨论解决对数函数问题 / 进 38
方法解读2 利用对数函数单调性比较大小 / 进 39
方法解读3 对数函数为背景的奇偶函数 / 进 40
教材拓展 教材习题——对数比较大小及推广 / 进 41

易错易混 误解函数零点的定义致误 / 进 43
方法解读 数形结合解决函数零点问题 / 进 43
教材拓展 强基固本 / 进 43

易错易混 不理解象限角与初中学过的锐角、钝角的关系，弧度制与角度制区分不清 / 进 44
方法解读 数形结合思想解决角的终边的对称问题与垂直问题 / 进 45
教材拓展 齿轮变速原理 / 进 45

易错易混1 忽视角的终边位置 / 进 47
易错易混2 忽视角的取值范围 / 进 47
方法解读 齐次化在解决分式型齐次式与整式型齐次式中的应用 / 进 47
教材拓展 $\sin^2\frac{\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{3}=1$ 的应用 / 进 48

易错易混 应用诱导公式时忽视函数名和符号改变致错 / 进 48
方法解读1 整体思想在诱导公式中的应用 / 进 49
方法解读2 利用诱导公式解决三角形中的化简求值问题要关注隐含条件 / 进 49
教材拓展 分类讨论思想解决诱导公式化简问题 / 进 49

滚动习题（七）［范围：5.1～5.3］ 145
5.4 三角函数的图象与性质 147
5.4.1 正弦函数、余弦函数的图象 147
5.4.2 正弦函数、余弦函数的性质 149
第1课时 正弦函数、余弦函数的性质 149
第2课时 正弦函数、余弦函数的性质的综合问题 151
5.4.3 正切函数的性质与图象 153
5.5 三角恒等变换 155
5.5.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式 155
第1课时 两角差的余弦公式 155
第2课时 两角和与差的正弦、余弦、正切公式 157
第3课时 二倍角的正弦、余弦、正切公式 159
5.5.2 简单的三角恒等变换 161
第1课时 三角函数式的化简与求值 161
第2课时 三角函数公式的应用 163
滚动习题（八）［范围：5.4～5.5］ 165
5.6 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 167
5.6.1 匀速圆周运动的数学模型 167
5.6.2 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象 167
第1课时 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象 167
第2课时 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的性质 170
5.7 三角函数的应用 173
专项突破练九 三角函数、三角恒等变换有关的创新题 176
滚动习题（九）［范围：5.6～5.7］ 178
重点强化练七 同角三角关系与诱导公式 181
重点强化练八 三角恒等变换 183
重点强化练九 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象与性质 185
单元素养测评卷（五）［范围：第五章］ 187
模块素养测评卷［范围：全书内容］ 191

参考答案 / 195

进阶手册

易错易混1 求单调区间时忽视 x 系数的符号致错 / 进51
易错易混2 忽略定义域导致错误 / 进51
方法解读1 三角函数的值域(最值) / 进52
方法解读2 利用函数单调性确定 ω 的取值范围的方法 / 进52
教材拓展 函数的周期性 / 进53

易错易混1 求角时选择的三角函数类型不当致误 / 进54
易错易混2 忽略角的范围致误 / 进55
方法解读1 整体思想——角的变换在三角恒等变换中的应用 / 进55
方法解读2 常数代换在三角函数化简求值中的应用 / 进55
教材拓展 万能公式的证明与应用 / 进56

易错易混1 三角函数图象的左右平移 / 进57
易错易混2 三角函数图象的伸缩变换 / 进58
方法解读1 异名三角函数图象变换 / 进58
方法解读2 确定函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+B$ $(A>0,\omega>0)$的解析式的步骤 / 进59
方法解读3 求函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的参数的取值范围 / 进59
教材拓展 简车模型与单位圆 / 进60

易错易混 概念区分：周期与频率，相位与初相 / 进61
方法解读 模型拟合也适用于解决三角函数模型问题 / 进61
教材拓展 三角函数模型在物理和实际生活中的应用 / 进62

进阶手册（知识·易错·拓展）

同步教材、易错总结
方法解读、教材拓展
一本自我巩固、课堂延伸的**提升手册**

第一章　集合与常用逻辑用语

1.1　集合的概念

考点一　集合的概念与元素的特征

1. [2026·重庆名校联盟高一联考] 下列各组对象中，能构成集合的是（　　）

A. 2025年高考数学全国二卷中的难题

B. 某中学高一年级身高较高的学生

C. 《数学》(人教A版)必修第一册中的所有习题

D. 美丽的小鸟

2. 若a,b,c,d为集合A中的4个元素，则以a,b,c,d为边长构成的四边形可能是（　　）

A. 菱形　　B. 平行四边形

C. 梯形　　D. 正方形

3. 若$a^2,2-a,4$为集合A的3个元素，则实数a应满足的条件是_____.

考点二　元素与集合的关系

4. [2026·天津武清区高一期中] 给出下列关系：①$|-2|\notin\mathbf{N}^*$；②$0\notin\mathbf{Z}$；③$\sqrt{2}\in\mathbf{Q}$；④$-\frac{3}{2}\in\mathbf{R}$；⑤$1.21\in\mathbf{Q}$. 其中正确的个数是（　　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

5. 已知集合$A=\{1,3,5\}$，$B=\{2,4,6\}$，则$C=\{x\mid x=a+b,a\in A,b\in B\}$中的元素个数为（　　）

A. 5　　B. 6

C. 7　　D. 8

6. (多选题) 已知x,y,z均为非零实数，代数式$\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{z}{|z|}+\frac{xyz}{|xyz|}$的值组成集合$A$，则下列判断正确的是（　　）

A. $-2\in A$　　B. $0\notin A$

C. $-4\in A$　　D. $4\in A$

7. 已知集合$A=\{a-2,12,2a^2+5a\}$，且$-3\in A$，则$a=$_____.

考点三　集合的表示

8. 下列各组M,P中，表示同一个集合的是（　　）

A. $M=\{3,-1\}$，$P=\{(3,-1)\}$

B. $M=\{(3,1)\}$，$P=\{(1,3)\}$

C. $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，$P=\{x\mid x=t^2+1,t\in\mathbf{R}\}$

D. $M=\{y\mid y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$，$P=\{(x,y)\mid y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$

9. (多选题) 下列说法中错误的是（　　）

A. 集合$\{x\in\mathbf{N}\mid x^3=x\}$用列举法表示为$\{0,1\}$

B. 实数集可以表示为$\{x\mid x$为所有实数$\}$或$\{\mathbf{R}\}$

C. 方程组$\begin{cases}x+y=0,\\x-y=-1\end{cases}$的解组成的集合为$\left\{x=-\frac{1}{2},y=\frac{1}{2}\right\}$

D. 集合$\{y\mid y=x^2\}$与$\{(x,y)\mid y=x^2\}$是同一个集合

10. 集合$A=\left\{\frac{6}{3-x}\in\mathbf{Z}\mid x\in\mathbf{N}^*\right\}$用列举法可以表示为_____.

11. [教材P5第3题变式] 用描述法表示下列集合：

(1)比1大又比10小的实数组成的集合；

(2)不等式$3x+4\geqslant 2x$的所有解；

(3)到两坐标轴距离相等的点的集合.

素养提能篇

12. [2026·湖南长沙一中、广雅中学高一月考] 已知关于 x 的不等式 $3ax-2\leqslant 0$ 的解集为 A，若 $1\in A$ 且 $2\notin A$，则 (　　)

A. $\frac{1}{3}<a<\frac{2}{3}$　　B. $a<0$

C. $\frac{1}{3}<a\leqslant\frac{2}{3}$　　D. $a>\frac{2}{3}$

13. 已知集合 $P=\{x\mid x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$Q=\{x\mid x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$，$M=\{x\mid x=4k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，且 $a\in P$，$b\in Q$，则 (　　)

A. $a+b\in P$　　B. $a+b\in Q$

C. $a+b\in M$　　D. 以上都不对

14. 含有三个实数的集合可表示为 $\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}$，也可以表示为 $\{a^2,a+b,0\}$，则 $a^{2026}+b^{2026}$ 的值为_____.

15. 已知集合 $A=\{x\mid ax^2-3x-4=0\}$.

(1)若 A 中有两个元素，求实数 a 的取值范围；

(2)若 A 中至多有一个元素，求实数 a 的取值范围.

思维训练篇

16. 已知 $1\leqslant m\leqslant 10$，$m\in\mathbf{N}^*$，集合 $M=\left\{x\in\mathbf{N}^*\,\middle|\,x=\frac{m}{n},n\in\mathbf{N}^*\right\}$ 有 3 个元素，则 m 的一个值为 (　　)

A. 4　　B. 5

C. 6　　D. 7

17. [2026·湖北华中科大附中高一检测] 已知集合 $A=\{x\mid x=m+\sqrt{3}n,m\in\mathbf{Z},n\in\mathbf{Z}\}$，集合 B 满足 $B=\left\{x\,\middle|\,x\in A\text{ 且 }\frac{1}{x}\in A\right\}$.

(1)判断 $2+\sqrt{3}$，$3-\sqrt{3}$，0，$7+4\sqrt{3}$ 中的哪些元素属于集合 B；

(2)证明：若 $x\in B$，$y\in B$，则 $xy\in B$；

(3)证明：若 $x=m+\sqrt{3}n\in B$，则 $m^2-3n^2=1$.

1.2 集合间的基本关系

考点一 集合间关系

1. [2025·长沙一中高一月考] 已知集合 $M=\{x\mid x^2-1=0\}$,则下列说法正确的是 (　　)

A. $1\subseteq M$　　B. $\{-1\}\in M$

C. $\{1\}\subseteq M$　　D. $\varnothing\notin M$

2. 已知集合 $A=\{x\mid x=3k,k\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{x\mid x=6k,k\in\mathbf{Z}\}$,则 A 与 B 之间的关系是 (　　)

A. $A\subseteq B$　　B. $A=B$

C. $A\subsetneq B$　　D. $B\subsetneq A$

3. 若集合 $C=\{(x,y)\mid y=x\}$,集合 $D=\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}x+y=4\\2x-y=2\end{cases}\right\}$,则集合 C,D 之间的关系为_____.

考点二 集合相等与空集

4. [2026·湖北重点高中智学联盟高一月考] 下列表述中正确的是 (　　)

A. $\{0\}=\varnothing$　　B. $\{3,1\}=\{1,3\}$

C. $\{\varnothing\}=\varnothing$　　D. $\{(3,1)\}=\{(1,3)\}$

5. [教材 P9 第 5 题变式] 已知集合 $A=\{m^2,2m-1\}$,$B=\{1,m-2\}$,若 $A=B$,则 $m=$_____.

考点三 子集、真子集个数问题

6. 集合 $A=\{x\in\mathbf{N}\mid-2\leqslant x-1\leqslant3\}$ 的真子集的个数是 (　　)

A. 64　　B. 63

C. 32　　D. 31

7. (多选题)下列集合中子集个数为 1 的是 (　　)

A. $\{x\in\mathbf{N}\mid x^2+3x+2=0\}$

B. $\{x\mid x$ 是边长分别为 1,2,3 的三角形$\}$

C. $\{x\in\mathbf{R}\mid|x|=-1\}$

D. $\{\varnothing\}$

8. [2026·江苏盐城五校高一期中] 设集合 A 满足 $\{-1,2,3\}\subseteq A$,且 A 是集合 $\{-1,0,1,2,3\}$ 的真子集,则满足条件的 A 有_____个.

考点四 根据集合的关系求参数

9. 设集合 $A=\{1,a\}$,$B=\{a+1,a^2,3\}$,若 $A\subseteq B$,则 $a=$ (　　)

A. 3　　B. 1　　C. 0　　D. -1

10. (多选题)设集合 $M=\{x\mid|x-2|=1\}$,$N=\{x\mid ax=2\}$,且 $N\subseteq M$,则实数 a 的值可以是 (　　)

A. 2　　B. 1

C. $\frac{2}{3}$　　D. 0

11. 已知集合 $A=\{x\mid2a+1\leqslant x\leqslant3a-5\}$,$B=\{x\mid x<-1$ 或 $x>16\}$.

(1)若 $\varnothing\subsetneq A$,求实数 a 的取值范围;

(2)若 $A\subseteq B$,求实数 a 的取值范围.

素养提能篇

12. 已知集合 $M=\left\{x\left|x=m+\frac{1}{6},m\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$N=\left\{x\left|x=\frac{n}{2}-\frac{1}{3},n\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$P=\left\{x\left|x=\frac{p}{2}+\frac{1}{6},p\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，则 M,N,P 的关系为 （　）

A. $M=N\subseteq P$　　B. $M\subseteq N=P$

C. $M=P\subseteq N$　　D. $N\subseteq P\subseteq M$

13. （多选题）[2026·湖南永州高一期中] 设集合 $A=\{x\mid x^2-8x+15=0\}$，集合 $B=\{x\mid ax-1=0\}$，若 $B\subseteq A$，实数 a 的取值集合为 C，则下列说法正确的是 （　）

A. $\left\{\frac{1}{3}\right\}\subseteq C$

B. $C=\left\{\frac{1}{3},\frac{1}{5}\right\}$

C. 集合 C 的非空子集有 7 个

D. 集合 C 的子集有 4 个

14. 已知集合 $A=\left\{x\left|\frac{x-3}{x^2-a}=1\right.\right\}$ 恰有两个子集，则 a 的取值集合为_____.

15. 已知集合 $A=\{x\mid a\leqslant x\leqslant a^2-2\}$，$B=\{x\mid x<1\}$，若 A 中只有 1 个元素，且 $A\subseteq B$，则 $a=$_____.

16. [2026·长春七中高一期中] 已知集合 $A=\{-1,4\}$，$B=\{x\mid x^2+ax+b=0\}$，$C=\{x\mid mx-1=0\}$.

(1)若 $A=B$，求 a,b 的值；

(2)若 $C\subseteq A$，求 m 的取值集合.

思维训练篇

17. （多选题）对于集合 S，若存在集合 S 的两两不同的子集 $A_1,A_2,\cdots,A_k$（$k>1,k\in\mathbf{N}^*$）满足 $A_1\subseteq A_2\subseteq\cdots\subseteq A_k$，则称其构成集合 S 的一条“链”，称 k 为这条“链”的长度. 当集合 S 的元素个数为 n 时，下列说法正确的是 （　）

A. 当 $n=3$ 时，集合 S 的最长“链”的长度为 4

B. 如果一条“链”同时包含空集和全集 S，则这条“链”的长度至少为 $n+1$

C. 对于集合 S 的任意两个不同子集 X 和 Y，若 $X\subseteq Y$，则存在一条“链”同时包含 X 和 Y

D. 任何长度大于 1 的“链”都可以扩展为一条最长“链”（即从空集到全集 S 的“链”）

1.3 集合的基本运算

第1课时 集合的并集与交集的运算

考点一 并集及其运算

1. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{-1,1,3\}$，则 $A\cup B=$ （ ）

A. $\{1,3\}$　　B. $\{1,2,3\}$

C. $\{-1,2,3\}$　　D. $\{-1,1,2,3\}$

2. [2026·石家庄精英中学高一月考] 已知集合 $M=\{x\mid -4<x<1\}$，$N=\{x\mid -1\leqslant x<5\}$，则 $M\cup N=$ （ ）

A. $\{x\mid -1\leqslant x<1\}$

B. $\{x\mid x>-4\}$

C. $\{x\mid -4<x<5\}$

D. $\{x\mid x<5\}$

3. 已知集合 $M=\{-1,1,2\}$，则满足 $M\cup N=\{-1,1,2,3\}$ 的集合 N 的个数是_____.

考点二 交集及其运算

4. [2026·浏阳高一月考] 已知集合 $A=\{x\mid x<5\}$，$B=\{0,2,4,5,6\}$，则 $A\cap B=$ （ ）

A. $\{0,2,4,5\}$　　B. $\{2,4,5\}$

C. $\{0,2,4\}$　　D. $\{0,2\}$

5. [教材P12第3题] 设集合 $A=\{x\mid x$ 是等腰三角形$\}$，集合 $B=\{x\mid x$ 是直角三角形$\}$，则 $A\cap B=$ （ ）

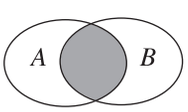
A. $\{x\mid x$ 是等腰或直角三角形$\}$

B. $\{x\mid x$ 是等腰直角三角形$\}$

C. $\mathbf{N}$

D. $\varnothing$

6. 已知集合 $A=\{x\mid 1\leqslant x<5\}$，$B=\{x\mid 3<x\leqslant 7\}$，则图中的阴影部分表示的集合是 （ ）



A. $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 7\}$

B. $\{x\mid 3<x<5\}$

C. $\{x\mid 3\leqslant x\leqslant 5\}$

D. $\{x\mid 1<x\leqslant 7\}$

7. [2026·辽阳高一期中] 已知集合 $A=\{(x,y)\mid y=2x+1\}$，$B=\{(x,y)\mid y=x^2-x+3\}$，则 $A\cap B$ 的子集的个数为_____.

考点三 并集、交集运算中的参数问题

8. [2026·南阳十校高一联考] 已知集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{a,a^2\}$，$A\cap B=\{1\}$，则 $A\cup B=$ （ ）

A. $\{1,2\}$　　B. $\{-2,1,2\}$

C. $\{1,2,4\}$　　D. $\{-1,1,2\}$

9. 设集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x<0\}$，$B=\{x\mid x>a\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 a 的取值范围是_____.

10. [2026·湖南汨罗一中高一月考] 已知集合 $A=\{x\mid a\leqslant x\leqslant a+3\}$，$B=\{x\mid |x|>3\}$.

(1)若 $a=2$，求 $A\cap B$；

(2)若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 a 的取值范围；

(3)若 $A\cup B=B$，求实数 a 的取值范围.

11. [教材 P35 第 9 题变式] 已知集合 $A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$，$B=\{x\mid (a-1)x^2+4x-8=0\}$，若 $A\cup B=A$，求实数 a 的取值范围.

素养提能篇

12. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{2,3,4\}$，$M\cup A=M\cup B$，则集合 M 可以是 (　　)

A. $\{4\}$　　B. $\{1\}$

C. $\{2,3\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

13. (多选题)[2026·太原二中高一月考] 若集合 $A=\{1,n\}$，$B=\{n^2,2,4\}$，且 $A\cap B\neq\varnothing$，则 n 的值可以是 (　　)

A. -1　　B. 0

C. 1　　D. 2

14. 已知集合 $S=\{s\mid s=5n-2,n\in\mathbf{Z}\}$，$T=\{t\mid t=10n+8,n\in\mathbf{Z}\}$，则 $S\cup T=$_____.

15. 已知集合 $A=\{x\mid -2<x<8\}$，$B=\{x\mid 2m-1<x<m+3\}$.

(1)当 $m=-2$ 时，求 $A\cup B$；

(2)若 $A\cap B=\{x\mid a<x<b\}$ 且 $b-a=3$，求实数 m 的值.

思维训练篇

16. 设集合 $M=\left\{x\,\middle|\,m\leqslant x\leqslant m+\frac{3}{4}\right\}$，$N=\left\{x\,\middle|\,n-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant n\right\}$，且 M，N 都是集合 $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$ 的子集. 如果把 $b-a$ 叫作集合 $\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 的“长度”，那么集合 $M\cap N$ 的“长度”的最小值是 (　　)

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{12}$　　D. $\frac{1}{16}$

17. [2026·滁州中学高一月考] 已知集合 $A=\{x\mid x^2+bx-3=0\}$，集合 $B=\{x\mid ax^2-x+c=0\}$，若 $A\cap B=A$，$A\cup B=A$，且集合 A 中的元素是整数，则 $a+b+c=$_____.

第 2 课时　集合的全集、补集的运算

考点一　集合的全集与补集

1. [2026·山西大学附中高一月考] 设全集 $U=\{-3,-1,0,1,3\}$，$A=\{-1,0,1\}$，则 $\complement_U A=$（　　）

A. $\{-3,3\}$

B. $\{-3,0,3\}$

C. $\{-3,-1,3\}$

D. $\{-3,-1,0,3\}$

2. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\mid x\leqslant -1 \text{ 或 } x\geqslant 1\}$，则 $\complement_U A=$（　　）

A. $\{x\mid x>-1\}$

B. $\{x\mid x<1\}$

C. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$

D. $\{x\mid -1<x<1\}$

3. 已知全集 $U=\{(x,y)\mid y=2x-1,x\in\mathbf{R}\}$，集合 $P=\left\{(x,y)\left|\frac{y-1}{x-1}=2\right.\right\}$，则 $\complement_U P=$_____.

考点二　集合的综合运算

4. [教材 P13 第 2 题改编] 设集合 $S=\{x\mid x \text{ 为平行四边形}\}$，$A=\{x\mid x \text{ 为菱形}\}$，$B=\{x\mid x \text{ 为矩形}\}$，则 $\complement_S(A\cap B)=$（　　）

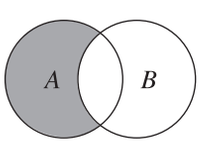
A. $\{x\mid x \text{ 为正方形}\}$

B. $\{x\mid x \text{ 为菱形或矩形}\}$

C. $\{x\mid x \text{ 为不是正方形的平行四边形}\}$

D. $\{x\mid x \text{ 为不是平行四边形的四边形}\}$

5. 已知集合 $A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x\mid x<1 \text{ 或 } x\geqslant 3\}$，则图中的阴影部分表示的集合为（　　）



A. $\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$

B. $\{x\mid 1<x<3\}$

C. $\{x\mid 1\leqslant x<3\}$

D. $\{x\mid 1<x\leqslant 3\}$

6. （多选题）已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $A=\{1,3\}$，集合 $B=\{1,2,4\}$，则（　　）

A. $\complement_U B\subseteq\complement_U A$

B. $\complement_U A$ 的子集个数为 8

C. $\complement_U(A\cup B)=\{5\}$

D. $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{2,3,5\}$

7. 已知全集 $U=\{x\mid -6\leqslant x\leqslant 5\}$，$M=\{x\mid -3\leqslant 1-2x<1\}$，$N=\{x\mid -3\leqslant x<2\}$.

(1)求 $M\cup N$，$\complement_U M$，$\complement_U N$；

(2)求 $\complement_U(M\cap N)$.

考点三　集合运算中的参数问题

8. 已知全集 $U=\{2,3,5\}$，$A=\{|a-5|,2\}$，$\complement_U A=\{5\}$，则 a 的值为（　　）

A. 2　　B. 8

C. 3 或 5　　D. 2 或 8

9. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-8x+m=0,m\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\mid ax-1=0,a\in\mathbf{R}\}$，且 $A\cup B=A$.

(1)若 $m=15$，求实数 a 组成的集合；

(2)若 $\complement_A B=\{2\}$，求 m，a 的值.

素养 提能篇

10. [2026·甘肃定西高一阶段考] 已知全集 $U=A\cup B=\{x\in\mathbf{N}\mid 0\leqslant x\leqslant 4\}$，$A\cap(\complement_U B)=\{1,2,3\}$，则集合 $B=$ (　　)

A. $\{0\}$　　B. $\{4\}$

C. $\{0,4\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

11. 已知 A，B 均为集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$ 的子集，$A\cup B=\{1,2,3\}$，$A\cap B=\{1\}$，$\complement_U B=\{3,4,5\}$，则 $A=$ (　　)

A. $\{1\}$　　B. $\{1,3\}$

C. $\{2,3\}$　　D. $\{1,2,3\}$

12. (多选题)已知集合 A，B 均为 $\mathbf{R}$ 的子集，若 $A\cap B=\varnothing$，则下列说法正确的是 (　　)

A. $A\subseteq\complement_{\mathbf{R}}B$

B. $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=B$

C. $A\cup B=\mathbf{R}$

D. $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\mathbf{R}$

13. [2026·山东潍坊中学高一月考] 已知 $A=\{x\mid 0<x<10\}$，$B=\{x\mid m-1<x<m+1\}$，若 $\complement_{\mathbf{R}}A\subseteq\complement_{\mathbf{R}}B$，则 m 的取值范围为_____.

14. [2026·无锡高一期中] 已知某班有 50 名同学，据统计发现同学们喜欢的奥运比赛项目都集中在乒乓球、跳水、射击这三个，其中有 13 名同学只喜欢乒乓球比赛，10 名同学只喜欢跳水比赛，8 名同学只喜欢射击比赛，同时喜欢乒乓球与跳水比赛的同学有 13 名，同时喜欢乒乓球与射击比赛的同学有 12 名，同时喜欢跳水与射击比赛的同学有 10 名，则该班同时喜欢乒乓球、跳水、射击比赛的同学有_____名.

思维 训练篇

15. (多选题)已知非空集合 A，B，定义 $A-B=\{x\mid x\in A\text{ 且 }x\notin B\}$，$A\otimes B=\{x\mid x\in A\cup B\text{ 且 }x\notin A\cap B\}$，则下列结论一定正确的是 (　　)

A. $\complement_A(A-B)=B$

B. $A\otimes B=(A-B)\cup(B-A)$

C. 当 $A\otimes B=B-A$ 时，$A\subseteq B$

D. 当 $A-B=B-A$ 时，$A\otimes B=\varnothing$

16. 已知全集 $U=\{x\in\mathbf{Z}\mid -3\leqslant x<3\}$，$A=\{x\mid x^2+x-6=0\}$，$B=\{x\mid ax^2-x=0\}$，$C=\{-1,2\}$.

(1)若 $B\cap C\neq\varnothing$，且 $(B\cap C)\subseteq A$，求 a 的值及集合 B；

(2)若 $\complement_U(A\cup B\cup C)=\{1\}$，求 a 的值及 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.

滚动习题（一）［范围：1.1～1.3］

（时间：45 分钟　分值：105 分）

一、选择题：本题共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid -1<x<1\}$，$B=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$，则 $A\cup B=$（　）

A. $\{x\mid -1<x<2\}$

B. $\{x\mid -1<x\leqslant 2\}$

C. $\{x\mid 0\leqslant x<1\}$

D. $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$

2. ［2026·曲靖高一期中］下列关系式正确的是（　）

A. $-\frac{1}{2}\subseteq\mathbf{Q}$　　B. $0\in\varnothing$

C. $\mathbf{N}\subseteq\mathbf{Z}$　　D. $\{0\}\in\mathbf{N}$

3. 已知一个三角形的三边长为一个集合的 3 个元素，则该三角形一定不可能是（　）

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等腰三角形

4. 已知集合 $S=\{x\mid x=2y+1,y\in\mathbf{Z}\}$，集合 $T=\{y\mid y=x+2,x\in\mathbf{Z}\}$，则（　）

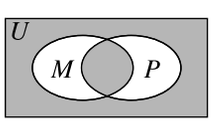
A. $S\subseteq T$

B. $S=T$

C. $S\supseteq T$

D. S 与 T 没有包含关系

5. ［2026·重庆一中高一期中］已知全集 $U=\{0,1,2,3,4,5\}$，$M=\{1,2\}$，$P=\{2,3,4\}$，则图中阴影部分表示的集合是（　）



A. $\{2\}$　　B. $\{0,2\}$

C. $\{2,5\}$　　D. $\{0,2,5\}$

6. ［2026·天津中学高一检测］已知集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 5\}$，$B=\{x\mid m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，若 B 为 A 的子集，则 m 的取值范围是（　）

A. $\{m\mid m<2\}$

B. $\{m\mid 2\leqslant m<3\}$

C. $\{m\mid m\leqslant 3\}$

D. $\{m\mid 2<m\leqslant 3\}$

7. 已知 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid 0<[x]<3\}$，$B=\{x\mid (x^2+ax)(x^2+2x+b)=0\}$，且 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\varnothing$，则集合 B 的子集的个数为（　）

A. 4　　B. 8　　C. 16　　D. 32

二、选择题：本题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

8. ［2026·湖南岳阳一中高一月考］下列用描述法表示的集合，正确的是（　）

A. 奇数集可以表示为 $\{x\in\mathbf{Z}\mid x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$

B. “小于 10 的整数”构成的集合可以表示为 $\{x\mid x<10\}$

C. $\{x\mid x>2\}$ 表示大于 2 的全体实数

D. 集合 $\{(x,y)\mid 3x+2y=16,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$ 与集合 $\{(2,5),(4,2)\}$ 相等

9. 已知非空集合 $A\subsetneq\mathbf{R}$，若对任意 $x,y\in A$，都有 $x+y\in A$，$xy\in A$ 成立，则称集合 A 是封闭集. 下列说法中正确的是（　）

A. 集合 $\{x\mid x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$ 是封闭集

B. 若集合 A 是封闭集，则 $\complement_{\mathbf{R}}A$ 也是封闭集

C. 若集合 P,Q 为封闭集，且 $P\cup Q\neq\mathbf{R}$，则 $P\cup Q$ 也是封闭集

D. 若集合 P,Q 为封闭集，且 $P\cap Q\neq\varnothing$，则 $P\cap Q$ 也是封闭集

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

10. 设集合 $A=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 2,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$，则 A 中元素的个数为_____.

11. 若集合 $A=\{1,9,a^2\}$，$B=\{9,3a\}$，则满足 $A\cap B=B$ 的实数 a 的个数为_____.

12. 2026 年国庆节来临之际，某学校组织了“迎国庆”活动. 该校高一某班级共有 50 名同学自愿报名参加该活动，据统计其中有 25 人去过 A 处，30 人去过 B 处，30 人去过 C 处，有 15 人既去过 A 处也去过 B 处，16 人既去过 B 处也去过 C 处，18 人既去过 A 处也去过 C 处，10 人三处都去过，则三处都没去过的同学有_____人.

四、解答题：本题共 3 小题，共 43 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. (13 分)已知集合 $A=\{x\mid 2<x\leqslant 4\}$，集合 $B=\{x\mid k+1\leqslant x\leqslant 2k-1\}$.

(1)当 $k=3$ 时，求 $A\cup B$，$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B$；

(2)若 $A\cup B=A$，求 k 的取值范围.

14. (15 分)已知集合 $A=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$，$B=\{x\mid x^2+2x-8=0\}$，$C=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$.

(1)若 $(A\cap B)\subseteq C$，求实数 a 的值；

(2)若 $A\cap C\neq\varnothing$，$B\cap C=\varnothing$，求实数 a 的值.

15. (15 分)对于非空的有限整数集 X，定义 $X^2=\{x^2\mid x\in X\}$，$X\oplus n=\{x+n\mid x\in X,n\in\mathbf{Z}\}$.

(1)若集合 $A=\{-3,-2,0,2\}$，求 A^2 和 $A\oplus 2$.

(2)已知 A，B 为非空的有限整数集，$A\oplus 1\subseteq B$ 且 $B^2\oplus(-1)\subseteq A$.

①若 $A=\{-1,0\}$，求集合 B；

②证明：$A\subseteq\{-2,-1,0\}$.

1.4 充分条件与必要条件

1.4.1 充分条件与必要条件

考点一 命题及其真假

1. 下列语句是命题的是 ( )

A. 3是偶数吗?

B. 三角形的内角和等于180°

C. 这里的景色真美啊!

D. $x>2$

2. 给出下列命题:①等腰三角形的角平分线、中线、高线互相重合;②在角的内部,到角两边距离相等的点在这个角的平分线上;③直角三角形的两个锐角互余;④有一个角等于60°的三角形是等边三角形;⑤已知等腰三角形的两边长分别为5和6,则这个等腰三角形的周长为16.

其中真命题的个数为 ( )

A. 1 B. 2

C. 3 D. 4

3. 命题"如果$x^2-x-2\neq 0$,那么$x\neq 2$"是_____命题(填"真"或"假").

考点二 充分条件与必要条件

4. (多选题)[教材P20第1题变式] 下列"若p,则q"形式的命题中,p是q的充分条件的是 ( )

A. 若一个三角形为直角三角形,则这个三角形的外接圆半径为斜边的一半

B. 若两个图形的对应点连成的线段都经过某一点,则这两个图形关于这点中心对称

C. 若圆内一条直径平分另一条直径,则这两条直径互相垂直

D. 若平面内有不在同一条直线上的三个点,则这三个点确定一个圆

5. (多选题)[2026·贵阳高一期中] 王之涣《登鹳雀楼》中的诗句"白日依山尽,黄河入海流.欲穷千里目,更上一层楼"隐含了"只有更上一层楼,才能穷千里目"的逻辑关系,则以下说法正确的是 ( )

A. "更上一层楼"是"能穷千里目"的充分条件

B. "更上一层楼"是"能穷千里目"的必要条件

C. "能穷千里目"是"更上一层楼"的充分条件

D. "能穷千里目"是"更上一层楼"的必要条件

6. "$|x+y|=|x|+|y|$"是"$xy>0$"的_____条件.(填"充分"或"必要")

7. 判断下列各题中p是q的充分条件吗?p是q的必要条件吗?

(1)$p:x>1$,$q:x^2>1$;

(2)$p:(a-2)(a-3)=0$,$q:a=3$;

(3)已知$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$,$p:\Delta=b^2-4ac>0$,$q:y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图象与x轴有交点.

考点三 充分条件与必要条件的应用

8. 已知$p:x^2-4x+3=0$,$q:-3\leqslant\frac{1}{2}x-1\leqslant m$,若$p$是$q$的充分条件,则实数$m$的取值范围为 ( )

A. $m>\frac{1}{2}$ B. $m\geqslant\frac{1}{2}$

C. $m>-2$ D. $m\geqslant-2$

9. (多选题)已知条件$p:x^2+x-6=0$;条件$q:ax+1=0(a\neq 0)$.若p是q的必要条件,则实数a的值可以是 ( )

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{3}$

10. 已知p是r的必要条件,s是r的充分条件,q是s的充分条件,则s是q的_____条件,r是q的_____条件,p是s的_____条件.(填"充分"或"必要")

11. 已知集合 $P=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$，非空集合 $S=\{x\mid 1-m\leqslant x\leqslant 1+m\}$.

(1)是否存在实数 m，使 $x\in P$ 是 $x\in S$ 的充分条件？若存在，求出 m 的取值范围；若不存在，请说明理由.

(2)是否存在实数 m，使 $x\in P$ 是 $x\in S$ 的必要条件？若存在，求出 m 的取值范围；若不存在，请说明理由.

素养提能篇

12. 对任意集合 A 和集合 B，下列结论正确的是 (　　)

①$(A\cap B)\subseteq(A\cup B)$；

②$(A\cap B)\subsetneqq A\subsetneqq(A\cup B)$.

A. ①为真命题，②为真命题

B. ①为真命题，②为假命题

C. ①为假命题，②为真命题

D. ①为假命题，②为假命题

13. 已知集合 $M=\{x\mid ax^2-2x+1=0,a\in\mathbf{R}\}$，则“$a=1$”是“$M$ 仅有 1 个真子集”的 (　　)

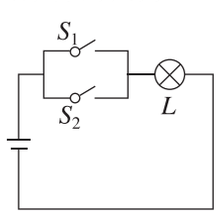
A. 充分条件但不是必要条件

B. 必要条件但不是充分条件

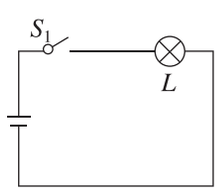
C. 充分条件也是必要条件

D. 既不是充分条件也不必要条件

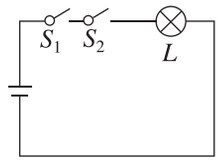
14. (多选题)设计如图所示的四个电路图，条件 A：开关 S_1 闭合；条件 B：灯泡 L 亮，则 A 是 B 的必要条件的图为 (　　)



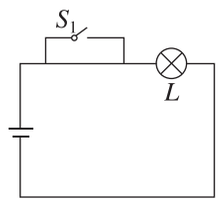
A



B



C



D

15. 已知集合 $A=\{x\mid -1<x<3\}$，非空集合 $B=\{x\mid -1<x<m+1\}$，若 $x\in B$ 成立的一个必要不充分条件是 $x\in A$，则实数 m 的取值范围是_____.

思维训练篇

16. 甲、乙、丙、丁四位同学在玩一个猜数字游戏，甲、乙、丙共同写出三个集合 $A=\{x\mid 0<\Delta x<2\}$，$B=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 5\}$，$C=\left\{x\,\middle|\,0<x<\frac{2}{3}\right\}$，然后他们三人各用一句话来正确描述“$\Delta$”表示的数字，并让丁同学猜出该数字. 以下是甲、乙、丙三位同学的描述：

甲：此数为小于 5 的正整数；

乙：$x\in B$ 是 $x\in A$ 的必要不充分条件；

丙：$x\in C$ 是 $x\in A$ 的充分不必要条件.

则“Δ”表示的数字是 (　　)

A. 1 或 2　　B. 2 或 3

C. 3 或 4　　D. 1 或 3

17. 已知集合 $A=\{x\mid x^3-2x^2-x+2=0\}$，非空集合 $B=\{x\mid 2ax^2-3(a^2+1)x+4=0\}$.

(1)若 $A\cap B=\{2\}$，求 a 的取值集合；

(2)若 $x\in A$ 是 $x\in B$ 的必要条件，求 a 的取值集合.

1.4.2 充要条件

考点一 充要条件的判断

1. [2026·重庆十八中高一月考] 已知 $a,b\in\mathbf{R}$,则“$|a|>|b|$”是“$a^2>b^2$”的 (　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 既不充分又不必要条件

D. 充要条件

2. [2026·张家界高一期中] 已知 $a,b\in\mathbf{R}$,则“$(a-2)^2+(b-2)^2=0$”是“$ab=4$”的 (　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. 王安石在《游褒禅山记》中说过一段话:“而世之奇伟、瑰怪,非常之观,常在于险远,而人之所罕至焉,故非有志者不能至也”.从数学逻辑角度分析,“有志”是“能至”的 (　　)

A. 充分不必要条件

B. 既不充分也不必要条件

C. 充要条件

D. 必要不充分条件

考点二 充要条件的证明

4. 证明:“$\triangle ABC$ 中两边上的高相等”是“$\triangle ABC$ 为等腰三角形”的充要条件.

5. [教材 P23 第 5 题变式] 已知 a,b 是实数,判断:$a^2-b^2=1$ 是 $a^4-b^4-2b^2=1$ 的什么条件(请用“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分也不必要”回答),并证明你的结论.

考点三 充分条件、必要条件、充要条件的应用

6. 集合 $A=\{-1,1,3,5\}$,集合 $B=\{a,1,3,5\}$,若“$x\in A$”是“$x\in B$”的充要条件,则 $a=$ (　　)

A. 0　　B. -1

C. 3　　D. 5

7. (多选题)若“$x<m$ 或 $x>m+2$”是“$-1<x<4$”的必要不充分条件,则实数 m 的值可以是 (　　)

A. -5　　B. -3

C. 3　　D. 5

8. “集合 $A=\{x\mid ax^2-3x+2=0\}$ 中至多含有一个元素”的一个充分不必要条件是_____.

9. 已知集合 $A=\{x\mid x\leqslant 1-a$ 或 $x>1+a\}$，$B=\{x\mid x<-1$ 或 $x\geqslant 2\}$.

(1)若“$x\in B$”是“$x\in A$”的必要不充分条件，求实数 a 的取值范围；

(2)若“$x\in B$”是“$x\in A$”的充分不必要条件，求实数 a 的取值范围.

素养提能篇

10. 已知 $x,y\in\mathbf{R}$，则 $(x-1)(y-1)\neq 0$ 的充要条件是 (　　)

A. $x\neq 1$　　B. $y\neq 1$

C. $x\neq 1$ 且 $y\neq 1$　　D. $x\neq 1$ 或 $y\neq 1$

11. 已知 x_1,x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$的两个不等实根，则“$x_1>-1$ 且 $x_2>1$”是“$x_1+x_2>0$ 且 $x_1x_2>-1$”的 (　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

12. (多选题)[2026·广东佛山高一检测] 下列说法正确的是 (　　)

A. “$x>\sqrt{2}$”是“$x>1$”的充分不必要条件

B. “$m\neq 0$”是“$mn\neq 0$”的充分条件

C. “$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ac$”是“$a=b=c$”的充要条件

D. “$A\cap B\neq\varnothing$”是“$A\subseteq B$”的必要不充分条件

13. “等式 $(x-1)^2+(y+2)^2=0$ 成立”是“等式 $(x-1)(y+2)=0$ 成立”的_____条件.

14. 一次函数 $y=(k-1)x+2k+1$ 的图象经过第一、二、四象限的充要条件是_____.

思维训练篇

15. (多选题)[2026·苏州实验中学高一调研] 有限集合 S 中元素的个数记作 $\mathrm{card}(S)$，设 A,B 都为有限集合，则下列说法正确的是 (　　)

A. $A\cap B=\varnothing$ 的充要条件是 $\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)$

B. $A\subseteq B$ 的必要不充分条件是 $\mathrm{card}(A)<\mathrm{card}(B)+1$

C. $A\subseteq B$ 的充分不必要条件是 $\mathrm{card}(A)\leqslant\mathrm{card}(B)-1$

D. $A=B$ 的充要条件是 $\mathrm{card}(A)=\mathrm{card}(B)$

16. [2026·云南昭通高一期中] 已知 $m\in\mathbf{Z}$，关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+4m=0$ 和 $x^2-4mx+4m^2-4m-5=0$，证明：$m=1$ 是上述两个方程的根都是整数的充要条件.

1.5 全称量词与存在量词

1.5.1 全称量词与存在量词

考点一 全称量词与全称量词命题

1. [2026·福建三明高一检测] 下列命题是全称量词命题的是 ( )

A. 存在一个实数的平方是负数

B. 每个四边形的内角和都是 $360°$

C. 至少有一个整数是质数

D. 有些实数 x 满足 $x>5$

2. 下列命题中全称量词命题的个数是 ( )

①任何实数都有平方根;

②所有素数都是奇数;

③有些一元二次方程无实数根;

④任意一个实数乘零都等于零.

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

3. (多选题)[2026·陕西宝鸡石油中学高一期中] 下列命题中是全称量词命题且是真命题的是 ( )

A. $\forall x\in\mathbf{R},x^2+2x+1\geqslant 0$

B. $\exists x\in\mathbf{N},2x+1$ 为奇数

C. 所有菱形的四条边都相等

D. π 是无理数

考点二 存在量词与存在量词命题

4. 下列选项中,不是存在量词命题的是 ( )

A. 存在一个平行四边形是矩形

B. 任何一个平行四边形是矩形

C. 有些平行四边形是矩形

D. 有一个平行四边形是矩形

5. 下列命题既是存在量词命题又是真命题的是 ( )

A. $\forall x\in\mathbf{R},x^2-3x+5>0$

B. 任意两个无理数之和仍是无理数

C. $\exists x\in\mathbf{R},x^2-3x+\sqrt{2}>0$

D. 至少存在两个质数的平方是偶数

6. 命题 $p:\exists x,y\in\mathbf{R},x^2+y^2\leqslant 1$ 是_____(填“全称量词命题”或“存在量词命题”),它是_____命题(填“真”或“假”).

7. [教材 P28 第 2 题变式] 指出下列命题中哪些是全称量词命题,哪些是存在量词命题,并判断其真假.

(1)任意两个等边三角形都相似;

(2)存在一个实数,它的绝对值不是正数;

(3)对任意实数 x_1,x_2,若 $x_1<x_2$,都有 $x_1^2<x_2^2$;

(4)存在一个实数 x,使得 $x^2+2x+3=0$.

考点三 全称量词命题与存在量词命题的应用

8. [2026·石家庄精英中学高一月考] 已知“$\exists 1\leqslant x\leqslant 3,2x+m\leqslant 0$”是真命题,则实数 m 的取值范围是 ( )

A. $m\leqslant -2$　　B. $m<-2$

C. $m\leqslant -6$　　D. $m<-6$

9. (多选题)下列说法正确的是 ( )

A. 若命题“$\forall x\in\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\},x^2-a\geqslant 0$”是真命题,则 a 的取值范围为 $a\leqslant 1$

B. 若命题“$\exists x\in\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\},x^2-a\geqslant 0$”是真命题,则 a 的取值范围为 $a\leqslant 4$

C. 若命题“$\forall a\in\{a\mid 1\leqslant a\leqslant 2\},x^2-a\geqslant 0$”是真命题,则 x 的取值范围为 $-\sqrt{2}\leqslant x\leqslant\sqrt{2}$

D. 若命题“$\exists a\in\{a\mid 1\leqslant a\leqslant 2\},x^2-a\geqslant 0$”是真命题,则 x 的取值范围为 $x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 1$

10. 已知“$\forall x\in\mathbf{R},x^2+2x+a\neq0$”为真命题，则实数 a 的取值范围为_____.

11. 已知集合 $A=\{x\mid1\leqslant x\leqslant7\}$，$B=\{x\mid-3m+1\leqslant x\leqslant m-1\}$，且 $B\neq\varnothing$.

(1)若命题 $p:\forall x\in A,x\in B$ 是真命题，求实数 m 的取值范围；

(2)若命题 $q:\exists x\in B,x\in A$ 是真命题，求实数 m 的取值范围.

素养提能篇

12. 设非空集合 P,Q 满足 $P\cap Q=P$，则下列选项不正确的是 (　　)

A. $\forall x\in P,x\in Q$

B. $\forall x\notin Q,x\notin P$

C. $\exists x\notin Q,x\in P$

D. “$x\in Q$”是“$x\in P$”的必要条件

13. (多选题)已知 $p:\exists x\in\mathbf{R},ax^2-4x-4=0$，若 p 为真命题，则 a 的值可能为 (　　)

A. -2　　B. -1

C. 0　　D. 3

14. 若命题“二次函数 $y=x^2-3x+9a$ 的图象恒在 x 轴上方”为真命题，则实数 a 的取值范围是_____.

15. 已知集合 $A=\{x\mid0\leqslant x\leqslant a\}$，$B=\{x\mid m^2+3\leqslant x\leqslant m^2+4\}$，如果“$\forall m\in\mathbf{R},A\cap B=\varnothing$”为真命题，则实数 a 的一个值可以为_____.

16. 已知 $p:\exists x\in\mathbf{R},-x^2+2x-a=0$，$q$：关于 x 的方程 $x^2+(2a+3)x+a^2+9=0$ 有两个不相等的负实数根.

(1)若 p 为真命题，请用列举法表示非负整数 a 的取值集合；

(2)若 p,q 都是假命题，求 a 的最大值.

思维训练篇

17. (多选题)用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，例如 $[4.6]=4$，$[-2.4]=-3$，则 (　　)

A. $\forall x\in\mathbf{R},[x-1]=[x]-1$

B. $\forall x,y\in\mathbf{R},x-y<\frac{1}{3}$，则 $[x]=[y]$

C. $\exists x\in\mathbf{R},[10x]=10[x]$

D. 不等式 $2-[x]\geqslant0$ 的解集为 $\{x\mid x<3\}$